

LE CHOIX DES INVESTISSEMENTS ET LES OPTIONS REELLES : UNE REVUE DE LA LITTERATURE

Mondher Bellalah¹

Abstract :

Cet article présente une revue de la littérature concernant l'évolution des techniques des choix des investissements en présence des options réelles.

L'évolution du contexte classique d'actualisation des cashflows permet d'apprécier l'impact de l'irréversibilité des décisions d'investissements et les principales utilisations industrielles de la théorie des options. Cette théorie s'applique à l'évaluation de la décision d'un remplacement séquentiel des équipements, à l'étude de la décision de choisir entre un développement séquentiel et un développement en parallèles, à l'analyse de la flexibilité dans le choix des systèmes de production, à l'étude de la décision d'investir dans les innovations technologiques, à l'analyse de la décision d'introduire un nouveau produit après une phase de recherches et développement, etc. L'article rappelle les principaux résultats relatifs à l'évaluation et aux utilisations des options réelles par les dirigeants des entreprises.

¹Professeur de Finance, Universités de Paris-Dauphine et du Maine.

Au début des années 1970, les techniques d'actualisation des cash-flows (discounted cash-flows, DCF) sont pratiquées par la plupart des entreprises en matière d'évaluation des actifs et des projets. La technique la plus utilisée et la plus acceptée consiste à déterminer la valeur d'un projet en fonction de ses cash-flows espérés, qu'il convient d'actualiser au coût moyen pondéré du capital de la société (Weighted Average Cost of Capital, WACC). Aujourd'hui, cette approche fondamentale commence à devenir obsolète. Dès lors, la question est de connaître les besoins des "non spécialistes en finance" afin de leur permettre d'appliquer les principes modernes de l'évaluation.

Dans la pratique des affaires, les dirigeants sont confrontés à des difficultés réelles en matière de choix des investissements. L'utilisation des techniques standards d'actualisation des cash-flows DCF est de plus en plus limitée. Les deux questions suivantes s'imposent :

Faut-il poursuivre un projet qui présente un rendement inférieur au taux exigé par l'entreprise, mais qui offre à l'entreprise des opportunités stratégiques ?

Faut-il s'attacher à un projet moins risqué et immédiatement plus rentable ?

L'idée de Myers (1977) et de Kester (1984) consiste à établir une analogie conceptuelle entre les opportunités d'investissement dans l'avenir et une option européenne d'achat sur actions. Une option d'achat donne le droit à l'acheteur (et non l'obligation) d'acheter un actif, à un prix fixé d'avance, (le prix d'exercice) à ou avant une date donnée (l'échéance). Dans le même esprit, une opportunité d'investissement dans des actifs réels dans l'avenir (une usine, un équipement, une marque, etc.), est similaire à une option d'achat ou à une option de croissance *growth option*. Le coût de l'investissement représente le prix d'exercice de l'option. La valeur de l'option (le projet support) correspond à la valeur actuelle des cash-flows augmentée des nouvelles opportunités de croissance. L'échéance à maturité correspond au temps nécessaire avant la disparition de cette opportunité.

La question de l'évaluation porte fondamentalement sur trois aspects : *l'évaluation des opérations, l'évaluation des opportunités et l'évaluation des droits de propriété*. L'approche standard consiste à appliquer la même méthodologie à ces différents aspects. L'évaluation dépend de trois facteurs : *la trésorerie, le temps et le risque*.

Pindyck (1991) reconnaît l'importance de la décision de différer l'investissement dans le temps pour les deux raisons suivantes. La première raison reflète le caractère irréversible d'un investissement. La deuxième raison

concerne le retardement du projet, qui donne à la société l'opportunité d'attendre de nouvelles informations concernant les coûts, les prix et les conditions du marché avant de s'engager dans le projet.

Mauer et Ott (1995) ont analysé les déterminants de la décision de remplacement d'un équipement ou d'une technologie en présence d'une incertitude sur les coûts d'exploitation et de maintenance. Ils montrent que la période qui sépare deux décisions de remplacement est une fonction croissante du prix d'acquisition de l'actif, de la volatilité des coûts de production et du taux de l'impôt sur les bénéfices des sociétés. Cette période est une fonction décroissante du risque systématique des coûts et de la valeur de liquidation de l'actif.

Les auteurs trouvent certains résultats qui sont contraires à l'intuition. En particulier, le modèle montre que l'incertitude concernant l'arrivée de nouvelles technologies (qui peut réduire les coûts de maintenance et d'exploitation) conduit à une baisse de l'investissement de remplacement. Ils montrent également que l'incertitude concernant les changements de la fiscalité (afin de d'encourager l'investissement) conduisent à une baisse de l'investissement présent et inversement.

Childs, Ott et Triantis (1998) proposent un modèle pour l'évaluation des options réelles en prenant en compte l'effet de l'interdépendance entre différents projets sur les décisions d'investissement. Les relations entre les différents projets apparaissent sous différentes formes. Les projets peuvent être mutuellement exclusifs dans le sens qu'ils permettent d'atteindre le même objectif. Dans ce cas, la décision consiste à retenir un seul et unique projet. Cette situation caractérise les sociétés confrontées à la décision de choisir entre différentes technologies, plusieurs produits ou procédés de fabrication, , etc. Un cas typique de projets mutuellement exclusifs concerne la décision de remplacement. Le cas de projets mutuellement exclusifs est largement étudié dans la littérature lors du calcul de la valeur actualisée nette statique d'un projet. Le lecteur peut consulter à ce sujet les ouvrages de Birman et Smidt (1988), Brealey et Myers (1996), Ross, Westerfield et Jaffe (1995), Bellalah (1998), etc.

Triantis et Hodder (1990) développent une approche pour évaluer les systèmes de production flexibles en utilisant la théorie des options. Les courbes de demande des actifs support (la production) présentent une pente descendante, ce qui est en contradiction avec l'hypothèse standard d'évaluation des options. Les coûts de la production marginale sont croissants. Ces deux éléments conduisent à des décisions d'exercice compliquées pour les options concernant le choix des système de production. L'approche est illustrée en procédant à une évaluation d'un système de production flexible en présence de deux produits qui présentent des fonctions de profit avec des paramètres aléatoires.

La plupart des modèles s'intéressent à l'évaluation de la flexibilité d'une façon séparée. Trigeorgis (1993) considère des intéréactions entre les différentes options réelles. Il montre que les valeurs des options implicites dans un projet ne sont pas toujours additives. La valeur combinée des options d'exploitation peut avoir un effet significatif sur la valeur du projet. La valeur additionnelle de

chaque option est d'autant plus faible que le nombre d'options dans le projet est élevé. En fait, en évaluant chaque option d'une façon indépendante et en sommant les valeurs de toutes les options, cette opération conduit à surestimer la valeur du projet. Cet article étudie les limites de l'approche conventionnelle et présente un nouveau cadre conceptuel pour apprécier la décision d'investissement. Une théorie de l'investissement doit répondre à la question suivante :

Comment un dirigeant doit-il décider d'investir dans un projet en présence d'une incertitude future sur les cash-flows ?

L'article s'organise de la façon suivante.

La première section s'intéresse à l'évolution du contexte classique de choix des investissements.

La deuxième section étudie l'irréversibilité des décisions d'investissements.

La troisième section propose quelques exemples d'utilisations industrielles de la théorie des options.

La quatrième section présente les principaux résultats concernant l'irréversibilité de la décision d'investissement.

La cinquième section étudie la décision d'un remplacement séquentiel des équipements par la méthode des options réelles.

La sixième section analyse la décision de choix entre un développement séquentiel et un développement en parallèles en utilisant la théorie des options réelles.

La septième section analyse la flexibilité associée à un investissement comme une option compliquée.

La huitième section présente le modèle de Trigeorgis (1991) pour l'évaluation des options réelles en temps discret et compare ce modèle par rapport à d'autres modèles d'options.

La neuvième section décrit un projet générique avec plusieurs options. Elle analyse les interactions entre les différentes options et propose une méthode pour évaluer les options d'une façon isolée en prenant en compte l'interaction entre les différentes options.

La dixième section propose le modèle de Grenadier et Weiss (1997) pour étudier les investissements dans les innovations technologiques.

La dernière section avance les résultats de Lint et Pennings (1998) pour l'étude de l'option réelle de recherche et développement relative à l'introduction d'un nouveau produit sur le marché.

1. L'évolution du cadre standard de choix des investissements

Le problème standard d'évaluation consiste à déterminer la valeur actuelle des cash-flows des opérations ou des actifs en place dans le processus de production de l'entreprise. Les dirigeants estiment souvent la valeur d'un produit ou d'un marché et ils sont simultanément confrontés aux problèmes d'achat de nouveaux équipements, d'évaluation d'une acquisition, de changements de fournisseurs, etc. Dans tous les cas, la décision concerne une opération en cours de réalisation ou une opération existante. Pour une revue de la littérature standard, le lecteur peut se référer aux travaux de Van Horne (1969, 1986, 1989), Robicek et Van Horne (1967), Robicek et Myers (1966),

Maarglin (1967), Mage (1964), Maness (1988), Bernarek (1983), Ang et Lewellen (1982), etc.

1.1. L'évaluation des opérations d'investissement par les techniques classiques d'actualisation des cashflows

La question est de déterminer la valeur des cash-flows futurs de l'opération.

La réponse à cette question est donnée par les techniques d'actualisation des cash-flows (DCF). La méthodologie est fondée sur une relation simple entre la valeur présente et la valeur future. L'application de la méthodologie d'actualisation des cashflows (*Discounted cashflows technique DCF*) à une activité exige de calculer la valeur présente à partir de la somme des flux futurs actualisés en prenant en considération le temps et le risque. La relation s'écrit alors :

$$\text{Valeur présente} = \sum_{t=0}^n E(\text{CF}_t) / (1 + k)^t$$

Le terme $(1 + k)$ constitue le facteur d'actualisation, qui prend en considération une prime de risque implicite dans le terme k . En pratique, les sociétés adoptent la méthode DCF de la façon suivante. Dans un premier temps, les dirigeants estiment les flux de l'activité. Dans un deuxième temps, ils estiment un coût moyen pondéré du capital (WACC) ajusté des effets fiscaux, puisque le coût de la dette doit être net d'impôt. La formule du coût moyen pondéré du capital donne un taux d'actualisation approprié. Dans l'analyse de Modigliani et Miller, ce coût est net d'impôt.

En utilisant les notations suivantes :

D : la dette

S: la valeur des fonds propres,

r_d : le coût de la dette,

r_s : le coût des actions,

T_c : le taux de l'impôt sur les bénéfices des sociétés,

le coût moyen pondéré du capital est :

$$\text{WACC} = r_s S / (S+D) + r_d (1 - T_c) (D / (S+D))$$

Le coût des actions et le coût de la dette représentent des coûts d'opportunité. Chacun de ces coûts regroupe une valeur temps et une prime de risque relative à l'actif considéré. La littérature récente considère que les entreprises disposent d'opportunités pour investir et qu'elles décident de la meilleure façon pour bénéficier de ces possibilités. À cet effet, une analogie conceptuelle est proposée par référence à la théorie des options. Une opportunité d'investissement offerte à la société s'assimile à une option d'achat puisque l'entreprise dispose du droit et non de l'obligation d'acheter un actif (les résultats du projet) à une certaine date dans l'avenir. Lorsque la société effectue une dépense

d'investissement irréversible, elle exerce son option d'achat. La réponse à la question de savoir comment exploiter une opportunité d'investissement consiste à déterminer l'exercice optimale d'une option d'achat.

La recherche récente permet d'expliquer comment les dirigeants évaluent les opportunités d'investissement en mettant l'accent sur les limites de la VAN. Plusieurs études ont montré que le coût d'une opportunité d'investissement peut être élevé et qu'il dépend de l'incertitude de l'environnement économique et financier. En assimilant l'investissement à une option, il est possible de mettre en valeur le rôle du risque dans la procédure de sélection des projets.

La valeur d'une option présente plusieurs implications pour les dirigeants dans le processus de décision. Par exemple, il est parfois souhaitable de retarder l'investissement, même en présence d'une VAN positive. Dans d'autres situations, les conditions du marché exigent d'accélérer l'investissement au lieu de le retarder. Ces investissements peuvent augmenter l'information et réduire l'incertitude.

Lors de l'utilisation de la VAN, les dirigeants déterminent les cash-flows espérés du projet et le taux d'actualisation approprié. Les flux sont déterminés par un consensus entre des estimations haussières, baissières et neutres des cash-flows. Les dirigeants supposent également que le projet démarre immédiatement. La VAN est ainsi utilisée pour comparer deux possibilités : investir immédiatement ou ne jamais investir. Un contexte plus approprié consiste à investir immédiatement, dans un an, dans deux ans, etc.

Pour le choix du taux d'actualisation, la VAN utilise le coût d'opportunité du capital, c'est-à-dire le rendement anticipé sur un projet qui présente un risque similaire. En principe, ce coût d'opportunité reflète le risque systématique ou non diversifiable associé à un projet particulier. En pratique, le coût d'opportunité d'un projet donné peut être difficile à mesurer. Pour cette raison, le coût moyen pondéré des différentes sources de financement est utilisé. Ce taux offre une approximation raisonnable lorsque le risque non diversifiable ne diffère pas significativement entre les projets de la société.

1.2. Le choix stratégique des investissements

Dans une décision stratégique d'investissement, l'analyse traditionnelle des cash-flows (DCF) est utile, mais elle ne permet pas d'apprécier complètement la valeur de certains projets, qui constituent un maillon d'une séquence de projets d'investissements. En assimilant les investissements à des options de croissance, il est possible de surmonter certaines difficultés posées par l'approche d'actualisation des cash-flows, DCF. Certains projets peuvent conduire initialement à des investissements élevés et des cash-flows faibles mais peuvent aboutir ultérieurement à d'autres opportunités de croissance. En général, les sociétés constatent qu'il est plus approprié d'exercer prématurément les options de croissance lorsque :

- les concurrents disposent de la possibilité d'accéder à la même opportunité,
- la VAN du projet est élevée,
- le niveau du risque et des taux d'intérêt sont faibles,
- la rivalité dans le secteur est forte.

La valeur d'une option de croissance dépend de plusieurs facteurs. Pour cette raison, il est fondamental de procéder à une analyse qualitative avant d'appliquer les principes d'évaluation des options.

L'avantage de cette approche par les options de croissance est qu'elle permet de reformuler l'approche standard DCF. Comme les décisions d'investissement actuelles peuvent conduire à d'autres décisions dans l'avenir, l'allocation du capital au cours du temps constitue une étape fondamentale dans la réalisation des objectifs stratégiques. Un plan de développement à long terme nécessite d'exploiter les opportunités d'investissement et peut affecter les cours des actions d'une société.

2. L'irréversibilité et la possibilité de différer l'investissement

Pourquoi un investissement est-il irréversible ?

Comment une entreprise obtient-elle l'option d'investir ?

Comme les options d'achat sur actions, les options de croissance représentent une valeur réelle pour les entreprises qui les détiennent. Chaque projet qui peut être retardé, modifié ou qui conduit à de nouvelles opportunités d'investissement peut être étudié dans ce contexte. Ces opportunités regroupent les situations suivantes :

- l'extension de la capacité de production, l'introduction de nouveaux produits, l'acquisition d'autres sociétés,
- l'augmentation des budgets de publicité, de la recherche fondamentale, le développement de nouveaux programmes commerciaux,
- les dépenses pour la maintenance et l'investissement de remplacement des équipements, etc.

L'étude de Kester (1984) montre que la valeur de ces options est parfois supérieure à la moitié de la valeur de marché des actions d'une société. Même si l'étude rapporte uniquement les résultats pour les grandes sociétés cotées, ces caractéristiques existent également pour les petites sociétés. En effet, les options de croissance influencent significativement la valeur des actions des petites sociétés (dans une phase de croissance), qui commercialisent des produits nouveaux.

2.1. L'irréversibilité de la décision d'investissement

Un investissement est irréversible lorsqu'il est spécifique à une société ou à une industrie donnée. Par exemple, l'investissement en marketing est spécifique et

irré récupérable. Cette dépense représente un coût d'entrée, souvent appelé coût fantôme, *sunk cost*. Une usine de fabrication d'acier constitue également un investissement spécifique qui ne peut être alloué à une autre utilisation. En revanche, comme il est possible de revendre l'usine à un autre producteur d'acier, il est possible de penser que cet investissement est récupérable et qu'il ne constitue pas un *sunk cost*. Mais, ce raisonnement n'est pas forcément vérifié. En effet, si le secteur est concurrentiel, la valeur de cette usine est identique pour tous les utilisateurs potentiels. Par conséquent, l'acheteur potentiel réalise que cet investissement n'est pas rentable et refuse de payer le prix exigé. Dans ce sens, l'investissement peut être considéré comme un *sunk cost*.

2.2. L'opportunité de différer et l'option d'achat

L'opportunité d'un investissement irréversible présente une analogie avec une option d'achat sur actions. L'acheteur de l'option dispose du droit pendant une certaine période, de payer un prix d'exercice et de recevoir en contrepartie un actif sous-jacent, qui présente une certaine valeur. L'exercice d'une option est irréversible, même si l'investisseur dispose de la possibilité de vendre l'actif sous-jacent à un autre acheteur. Dans tous les cas, il est impossible de récupérer la prime payée pour l'option. D'une façon identique, une société qui détient une opportunité d'investissement dispose de l'option d'effectuer une certaine dépense à l'instant initial ou dans l'avenir (le prix d'exercice), en contrepartie d'un actif, qui présente une certaine valeur (le projet). L'actif peut être revendu à une autre société, mais l'investissement est irré récupérable.

Comme pour une option financière, le droit d'effectuer un investissement est valorisé en raison de l'incertitude qui règne sur la valeur future de l'actif. Si la valeur de l'actif augmente, le résultat de l'investissement est plus élevé. En revanche, si la valeur de l'actif baisse, la société peut décider de suspendre l'investissement. La perte dans ce cas est limitée au montant de la dépense initiale. La présence de certaines situations contingentes (correspondant à la possibilité de ne pas investir), c'est-à-dire où l'investissement peut probablement conduire à une perte confère une certaine valeur à l'opportunité de différer la décision.

Dès lors, la question devient : quand faut-il exercer l'option ?

2.3. Le choix du moment opportun d'investissement

L'analogie entre une option d'achat et l'opportunité d'investir offre aux dirigeants un contexte approprié pour l'étude de la décision optimale. Lorsque la volatilité de l'actif sous-jacent est élevée, le prix de l'option est important et il n'est pas intéressant de l'exercer immédiatement. Ce résultat est vérifié en raison de la dissymétrie dans le résultat final de l'option. En effet, plus le prix de l'actif sous-jacent est élevé, plus le résultat de l'option est important au moment de l'exercice. En revanche, la baisse du prix du support conduit à une perte qui se limite au montant de la prime.

Un raisonnement identique s'applique aux opportunités d'investissement. Plus l'incertitude concernant la rentabilité potentielle d'un projet est élevée, plus la valeur de l'opportunité est importante. Dans ce cas, le décideur est incité à conserver l'opportunité avant de l'exercer.

2.4. L'origine de l'opportunité d'investissement

Comment les dirigeants obtiennent-ils les opportunités d'investissement ?

L'opportunité d'investissement peut provenir de l'exploitation d'un brevet, d'une licence ou d'une marque, de la détention d'un terrain ou d'une ressource naturelle, etc. Dans ce cas, ces opportunités sont probablement les conséquences d'un investissement antérieur. Ces opportunités proviennent également de compétences managériales et de savoir-faire technologique, d'une position privilégiée sur le marché, de l'économie d'échelle, de compétences distinctives, etc. La littérature économique et financière montre comment ces options sont exercées par les dirigeants. Ces derniers doivent également comprendre comment la société obtient ces opportunités d'investissement. Ce savoir leur permet de mieux structurer les stratégies de croissance à long terme pour orienter leur actions. Comment les sociétés évaluent-elles les opportunités d'investissement ?

L'approche standard consiste à ne pas évaluer ces opportunités d'une façon formelle et à attendre jusqu'à une date à laquelle la décision d'investissement ne peut plus être différée. Par exemple, le dirigeant d'une entreprise peut être confronté à la situation suivante :

"Si le concept de recherche et de développement conduit au résultat anticipé, la société procède à l'investissement". En revanche, "si le résultat anticipé est mauvais", le projet est déclassé".

Cette décision cruciale "*investir ou attendre*" sera examinée après le passage du temps. En termes financiers, une opportunité est similaire à une option. Avec une option, l'acheteur dispose du droit -et non de l'obligation- d'acheter (dans le cas d'une option d'achat) ou de vendre (dans le cas d'une option de vente) à un prix déterminé un certain actif à une certaine date dans l'avenir. Par exemple, une option d'achat sur action donne le droit d'acheter l'action à 100 euros, à n'importe quel instant au cours de l'année. Si actuellement l'action vaut 110, il est clair que cette option présente une certaine valeur. Mais, si l'action vaut 90 euros aujourd'hui, est-ce que cette option présente une valeur ?

La réponse est positive, puisque l'option dispose d'une valeur temps car l'action peut dépasser 100 au cours de l'année.

L'intérêt accordée à la théorie d'évaluation des options est croissant en raison de l'évolution des technologies informatiques et de l'analogie conceptuelle entre les opportunités d'investissement et les options. Le lecteur peut consulter à ce sujet les travaux de Ingersoll (1992), Kensinger (1987, 1988), Luehrman (1988, 1997), etc.

Exemple : la valeur de l'opportunité de différer l'investissement

Le dirigeant d'une société doit décider d'affecter 1 million d'euros à un projet qui consiste à modifier les caractéristiques initiales d'un autre projet destiné à un marché émergent. L'actualisation des cash-flows montre des flux actualisés de 900 000 euros. Toutefois, le marché est volatil et cette valeur peut être modifiée dans l'avenir. La société dispose d'un savoir-faire qui lui permet d'attendre deux ans avant de procéder à l'investissement. Après cette date, l'arrivée des concurrents sur le marché peut faire disparaître cette opportunité.

En utilisant l'approche DCF, la VAN du projet est négative, soit - 100 000 euros, soit : $(900\ 000 - 1\ 000\ 000)$. Comme la société dispose de deux ans pour investir, elle dispose d'une option européenne d'achat d'échéance deux ans, ayant un prix d'exercice de 1 million et un actif sous-jacent de 900 000 euros. L'évaluation de cette option exige de connaître le taux d'actualisation et la volatilité des cash-flows de ce projet. En considérant un taux d'intérêt sans risque de 7 % et une volatilité de 30 %, l'utilisation du modèle de Black et Scholes (1973) conduit à un prix de 160 000 euros pour cette opportunité d'investissement. Comme cette opportunité est positive, la société ne doit pas effectuer immédiatement l'investissement (car elle perd 100 000 euros). Elle peut attendre.

La valeur de cette option donne le prix qu'une entreprise peut payer immédiatement pour acquérir par exemple une licence ou un privilège afin d'introduire le produit. De ce fait, l'analyste doit comprendre que l'utilisation de la théorie des options ne remplace pas complètement les techniques DCF, mais qu'elle constitue un complément indispensable pour apprécier la valeur d'une opportunité d'investissement.

La question pour les entreprises aujourd'hui ne réside pas dans l'utilisation de ces nouvelles techniques (bien développées) mais dans un choix de projet organisationnel permettant de mettre en place les nouvelles méthodes de gestion.

3. Les utilisations industrielles de la théorie des options

La théorie optionnelle de l'investissement peut être appliquée dans plusieurs domaines.

3.1. L'investissement dans des réserves de pétrole

La théorie des options est appliquée dans le processus de décision relatif à l'acquisition et à l'exploitation des ressources naturelles. Le lecteur peut se référer aux travaux de Siegel, Smith et Padock (1987), Padock, Siegel et Smith (1988), Brennan et Schwartz (1985), etc. Une société qui achète des gisements détient un actif qu'elle peut développer immédiatement ou ultérieurement en fonction des conditions du marché. L'actif constitue une option ou encore une

opportunité de choisir le développement futur du gisement. La société peut accélérer la production quand le prix est élevé et elle peut la réduire ou la suspendre lorsque le prix est faible. En ignorant l'option et en évaluant la réserve au prix actuelle (ou au prix futur en fonction d'un certain taux de production), cette opération conduit à sousestimer la valeur de l'actif.

Exemple d'une compagnie pétrolière : comparaison entre la VAN et les options
Pour s'en rendre compte, considérons une société pétrolière qui évalue une réserve non développée en utilisant le critère de la VAN. En utilisant le prix actuel du pétrole, son taux de variation anticipé et le coût de développement de la réserve, la société peut contruire un échéancier pour l'exploitation et le démarrage de l'activité et un échéancier pour les cash-flows. La société peut ainsi évaluer la réserve en actualisant ces chiffres. Comme le risque relatif au prix du pétrole n'est pas complètement diversifiable, plus la volatilité du prix du pétrole est élevée, plus le taux d'actualisation est important. Cette actualisation conduit à une valeur plus faible de la réserve non exploitée.

L'utilisation de la VAN ignore la flexibilité dont dispose la société concernant le moment optimal d'exploitation de la réserve, c'est-à-dire l'exercice de l'option sur les réserves. En assimilant la valeur d'une réserve non exploitée à celle d'une option, il est possible de déterminer l'instant optimum pour démarrer l'activité. L'exploitation de la réserve est similaire à l'exercice de l'option d'achat. Le prix d'exercice correspond au coût d'exploitation. Plus l'incertitude sur le prix du pétrole est élevée, plus la compagnie pétrolière doit attendre (garder en vie l'option) avant de démarrer l'exploitation.

3.2. L'économie d'échelle ou la flexibilité dans le choix de la capacité de production : le cas de l'électricité

La vision optionnelle de l'investissement permet aux entreprises d'évaluer la flexibilité relative à la planification de l'investissement de capacité. Les dirigeants se posent la question de savoir s'il faut acquérir immédiatement une forte capacité de production ou s'il faut conserver une certaine flexibilité en pratiquant un investissement progressif, tout en conservant les options de croissance dans l'avenir.

Ce problème pratique apparaît dans plusieurs secteurs d'activité et en particulier, pour les entreprises dans le domaine de l'électricité. Les sociétés réalisent des économies d'échelle en construisant une grande centrale au lieu de plusieurs petites unités, ce qui permet de réduire le coût moyen unitaire tout en augmentant la rentabilité. Mais, d'un autre côté, il peut être intéressant d'échelonner les dépenses, en investissant avec une certaine fréquence en cas de nécessité. La réponse à cette question dépend de la demande du produit.

Lorsque la société effectue une dépense d'investissement non récupérable en augmentant considérablement la capacité de production, et si la demande baisse ultérieurement, la société sera confrontée à un problème de surcapacité.

Pour une entreprise d'électricité, il est plus rentable d'investir dans un grand projet par comparaison à des petites unités de production. Par conséquent, l'évaluation de la flexibilité dans ce domaine est fondamentale.

3.3. La volatilité des prix des commodités

La volatilité des prix des commodities est très élevée. Par exemple, les prix du cuivre peuvent passer du simple au double ou inversement dans un intervalle de quelques mois. Pourquoi la volatilité est-elle si élevée sur ce marché ?

Comment les producteurs décident de l'ouverture et du déclassement des mines et des usines de traitement du cuivre en fonction des prix des commodités ?

La théorie optionnelle de l'investissement offre des éléments de réponse à ces questions.

L'investissement et le désinvestissement dans l'industrie du cuivre conduisent à des coûts non récupérables (*sunk costs*). La construction d'une usine nécessite des ressources importantes. La volatilité élevée sur les prix du cuivre conduit les dirigeants à attendre davantage d'informations avant d'engager les ressources, même si le prix actuel du cuivre est relativement élevé.

L'exemple précédent de l'entreprise dans le secteur pharmaceutique montre qu'une VAN positive ne justifie pas forcément l'investissement. Le prix du cuivre et par conséquent, la VAN relative à l'ouverture d'une mine de cuivre doivent être très élevés pour couvrir le coût de l'opportunité d'attendre. Un raisonnement identique s'applique pour le désinvestissement.

L'opération de déclassement d'une mine rend difficile sa réouverture. Par conséquent, les dirigeants préfèrent garder ces mines en état de fonctionnement même si une perte d'exploitation est générée à partir du faible prix actuel.

Les dirigeants reconnaissent que le déclassement des mines conduit à l'exercice de l'option relative à l'attente d'une hausse des prix dans l'avenir. Ce contexte explique par exemple pourquoi plusieurs mines ouvertes au début des années 1970 (quand le prix du cuivre était très élevé) n'étaient pas déclassées dans les années 1980 (quand le prix du cuivre était très faible).

L'importance de l'investissement initial pour la construction (ou le déclassement d'une mine) et la volatilité élevée du prix du cuivre nécessitent absolument la prise en considération de la flexibilité dans la décision d'investissement. En pratique, la décision de construction d'une usine s'effectue quand le prix du cuivre conduit à une VAN largement élevée. La décision de déclassement est fondée sur une VAN très faible en présence d'un prix de vente largement inférieur au coût marginal moyen de production. Cette réaction des dirigeants reflète les anticipations de la valeur de l'option implicite dans la décision d'investissement.

4. L'irréversibilité, l'incertitude et l'investissement : le modèle de Pindyck

La littérature récente montre que la décision de retarder un projet peut affecter significativement la décision d'investir. La VAN standard est ainsi mal spécifiée lorsque l'investissement est irréversible et la décision d'investir peut être différée dans le temps. Il peut exister un coût relatif à la décision de retarder l'investissement, (par exemple le risque d'entrée d'autres sociétés sur le marché ou simplement le risque de laisser échapper des opportunités et par conséquent des cash-flows), qu'il convient d'arbitrer contre les gains de l'attente consécutifs à l'arrivée de nouvelles informations.

La possibilité de retarder l'investissement est similaire à une option d'achat qui donne le droit à l'acheteur pendant une certaine période, de recevoir un actif en payant le prix d'exercice. L'exercice de l'option est irréversible puisqu'il est impossible de récupérer le montant payé au moment de l'exercice. D'une façon identique, une société qui dispose d'une opportunité d'investissement peut effectuer une dépense (le prix d'exercice) en échange d'un actif (le projet). Cette option d'investir présente une certaine valeur en raison de l'incertitude concernant la valeur future de l'actif ou du projet.

Les études récentes montrent que le coût d'opportunité d'un investissement peut être important. Ce coût d'opportunité est très sensible à l'évolution de la valeur future du projet qui varie en fonction des changements des conditions économiques et financières.

McDonald et Siegel (1986), Brennan et Schwartz (1985), Majd et Pindyck (1987) proposent des modèles explicatifs des facteurs qui incitent les sociétés à retarder l'investissement. Dans ces modèles, le retardement s'explique par l'attente de nouvelles informations. Ces modèles montrent que l'arrivée de nouvelles informations réduit l'incertitude alors que dans le modèle de Pindyck (1991), cette incertitude subsiste malgré les nouvelles informations. La décision d'investir un montant I et de recevoir la valeur d'un projet V est similaire à une option d'achat sur actions. Contrairement aux options financières, cette option est perpétuelle puisqu'elle ne présente pas une échéance finie. La valeur de cette option est donnée par Merton (1973, 1975).

Cette analyse peut être prolongée pour prendre en considération les coûts irrécupérables (*sunk costs*). Par exemple, il peut exister des coûts pour entrer ou sortir dans une branche d'activité donnée. La société qui détient le projet dispose d'une option de vente du projet pour sa valeur nette diminuée de ce coût. Ces coûts correspondent également aux coûts relatifs au démarrage et à l'arrêt de la production.

L'évaluation des projets en présence de ces coûts est étudiée par Brennan et Schwartz (1985) et Dixit (1989). Brennan et Schwartz (1985) déterminent les effets de ces coûts sur la décision d'ouvrir et de fermer une carrière ou une mine de matières premières. Le modèle proposé donne la valeur de la mine en fonction du prix de la matière première. Ce modèle utilise la théorie des options

pour montrer comment calculer le prix de l'option d'investir dans la mine et la règle optimale de l'investissement.

Dixit (1989) propose un modèle avec des *sunk costs* pour l'étude de la décision d'investissement. Ce modèle explique l'hystérie observée dans le cadre de l'industrie minière. Durant les périodes où le prix est faible, les dirigeants continuent d'exploiter des mines non rentables. Les managers n'ouvrent pas des mines rentables qui étaient fermés auparavant en raison d'une baisse des prix des matières. Les *sunk costs* peuvent expliquer ce comportement hystérique des dirigeants.

Majd et Pindyck (1987) ont proposé un modèle dans lequel la société continue à investir chaque dollar pour "acheter" l'option de dépenser le prochain dollar jusqu'à l'arrêt de l'investissement. Elle réinvesti de nouveau sans coût pour le redémarrage du projet.

En désignant par V la valeur du projet et par K les dépenses futures à réaliser, ce problème d'investissement revient à déterminer la valeur $F(V, K)$ d'une option composée. Ce problème nécessite de déterminer le point optimal d'arrêt de l'investissement en utilisant les méthodes récursives. Cet investissement séquentiel caractérise la construction des avions et l'industrie pharmaceutique.

Ces modèles ignorent le processus d'apprentissage, puisque les valeurs futures du projet sont toujours incertaines et l'incertitude dépend uniquement de l'échéance du projet. Cependant, il est utile de constater que pour certains investissements séquentiels, les premières étapes du projet offrent une certaine information concernant les coûts et les résultats des étapes ultérieures. Tel est particulièrement le cas pour l'extraction pétrolière, la construction d'avions et l'industrie pharmaceutique. En effet, les étapes d'ingénierie, de tests, de simulations, de recherches et développement offrent une certaine information concernant les étapes ultérieures de fixation des coûts et des prix des produits et des projets.

Roberts et Weitzman (1981) ont proposé un modèle avec investissement séquentiel qui prend en considération le rôle attribué à la collecte d'information. Dans le contexte du modèle de Roberts-Weitzman les prix et les coûts n'évoluent pas d'une façon aléatoire. Il n'y a pas de gain pour attendre et aucun coût d'opportunité relatif à un investissement immédiat. En revanche, la collecte de l'information présente un coût fantôme (*shadow cost*) pour les premières étapes du projet.

Contrairement aux modèles précédents qui s'intéressent à la décision d'investir dans un projet (en temps discret ou en temps continu), la littérature économique sur l'investissement est fondée sur l'investissement additionnel. Les sociétés investissent jusqu'à ce que le coût marginal par unité de capital devient égal à la valeur présente des résultats générés. Dans ces modèles, les coûts d'ajustement

constituent une fonction convexe du taux de l'investissement. Une excellente revue de la littérature est proposée dans ce contexte par Abel (1990).

Pindyck (1988) a proposé un modèle qui prend en considération l'irréversibilité de la décision d'investissement. Ce modèle montre que l'incertitude sur la demande future peut augmenter la valeur d'une unité marginale du capital. Dans ce modèle, la valeur du projet ou du produit est spécifiée d'une manière exogène. Ce qui constitue une approximation raisonnable de la réalité.

5. La décision d'un remplacement séquentiel des équipements et les options réelles : le modèle de Mauer et Ott

Les dirigeants des sociétés effectuent en général deux types d'investissement : des investissements de capacité (création de nouvelles usines, achat d'équipement, etc.) et des investissements de remplacement des anciens équipements par de nouvelles technologies. Les investissements de capacité sont caractérisés par des dépenses initiales importantes. Ces dépenses génèrent ultérieurement une série de flux aléatoires. En revanche, les décisions relatives au remplacement des équipements concernent la détermination de la période optimale pour remplacer une machine ou une technologie existante. Ces décisions concernent par exemple, le remplacement des ordinateurs, le renouvellement du parc automobile ou de la flotte aérienne, etc.

La littérature relative aux options réelles a contribué significativement à l'étude des décisions d'investissement dans un contexte d'incertitude. Pour une revue de la littérature concernant ces questions, le lecteur peut se référer aux travaux de Trigeorgis(1996) et Dixit et Pindyck (1994).

Comme l'ont montré McDonald et Siegel (1986), si l'investissement est irréversible et la société dispose de la possibilité de prévoir les périodes d'investissement, elle doit attendre jusqu'à ce que la valeur de l'investissement dépasse son coût. Cette différence doit correspondre à l'option d'attendre.

La plupart des méthodes classiques ignorent l'incertitude dans l'étude de la décision d'investissement. La méthode standard présentée dans les ouvrages de finance considère le coût annuel équivalent. Le cycle de remplacement qui révèle le coût annuel équivalent minimum est utilisé dans la décision de remplacement. Cette opération suppose que les remplacements des équipements dans l'avenir ne subissent aucune incertitude concernant les coûts de maintenance, la valeur de liquidation ou de remplacement de l'équipement et les taux d'imposition des bénéfices des sociétés. Lorsque ces aspects sont ignorés, la décision de remplacement peut être erronée. La théorie des options réelles permet de prendre en considération l'incertitude lors de l'étude de la décision de remplacement.

Mauer et Ott (1995) ont utilisé les apports de la théorie des options pour étudier les déterminants de la politique optimale d'un remplacement séquentiel d'un

équipement. Le modèle de base considère des coûts de maintenance et d'exploitation aléatoires. La valeur de liquidation est également aléatoire et elle fluctue en fonction de la fiscalité. La fiscalité permet d'introduire les économies d'impôt en provenance de l'amortissement (depreciation tax shields), les crédits d'impôt sur l'achat d'un nouvel équipement et l'impôt sur les plus-values de cession en cas de liquidation.

Le modèle donne le cycle de remplacement qui minimise le coût actuel d'une série d'actifs équivalents. Il montre que l'absence d'incertitude sur les coûts permet d'obtenir une valeur minimale pour le cycle de remplacement optimal. Ainsi, l'incertitude sur les coûts augmente la valeur de l'option d'attendre le remplacement et décourage par conséquent l'investissement. Le modèle montre également que le cycle optimal de remplacement des équipements est une fonction croissante du prix d'achat de l'équipement de remplacement et du taux de l'impôt sur les bénéfices des sociétés. Le cycle optimal de remplacement est une fonction décroissante du risque systématique des coûts, de la valeur de liquidation de l'actif et de l'impôt relatif au crédit d'investissement. Le cycle optimal de remplacement peut augmenter ou diminuer en fonction du taux d'amortissement du matériel.

Le modèle de Mauer et Ott (1995) est prolongée pour prendre en considération les effets de l'incertitude technologique sur les décisions d'investissement. Dans ce cas, les auteurs montrent que l'incertitude concernant l'arrivée de nouvelles technologies (qui peuvent réduire les coûts d'exploitation) augmente le cycle optimal de remplacement. Malgré cette hausse des coûts, la société conserve plus longtemps son équipement en attendant plus d'informations qui lui permettent d'acquérir de nouveaux équipements et de bénéficier d'une réduction des coûts d'exploitation. L'implication de ce résultat est que l'incertitude technologique réduit significativement les investissements de remplacement. Le modèle permet d'étudier les effets de l'incertitude relative à la législation fiscale concernant la décision de remplacement. Cette question est importante car la fiscalité affecte les décisions d'investissement. Le modèle montre que la décision de remplacement est significativement affectée par les changements possibles des taux futurs de l'impôt sur les bénéfices des sociétés.

6. Le développement séquentiel, le développement en parallèles et la théorie des options : le modèle Childs, Ott et Triantis

Le critère de la valeur actualisé nette en matière de choix des investissements a été prolongé pour prendre en considération la flexibilité et le caractère dynamique de la décision d'investissement. La théorie d'évaluation des options est utilisée pour évaluer les projets d'investissements et pour obtenir les stratégies optimales d'investissement dans des actifs réels.

Les articles pionniers dans ce domaine sont proposés par Brennan et Schwartz (1985), et McDonald et Siegel (1985), (1986). Cette littérature a été prolongée par Dixit et Pindyck (1994), Sick (1995), Trigeorgis (1996), etc.

La littérature financière s'est intéressée simultanément à l'évaluation de certaines formes spécifiques de la flexibilité et à la détermination d'une façon

optimale de la flexibilité globale associée à une décision d'investissement. Il s'agit essentiellement des travaux de Kulatilaka (1995), Pindyck (1988), Triantis et Hodder (1990) et Trigeorgis (1993).

Certaines de ces études se sont intéressées à la flexibilité des options au sein d'un seul projet tout en ignorant la relation avec d'autres projets existants ou en cours de réalisation.

Grenadier et Weiss (1997) et Mauer et Ott (1995) étudient la décision de remplacer une technologie en cours par une technologie nouvelle qui arrive d'une façon aléatoire. Ces articles supposent que le processus décrivant la nouvelle technologie évolue d'une façon complètement aléatoire et qu'il est spécifié d'une façon exogène.

Le modèle de Childs, Ott et Triantis (1998) suppose que les technologies concurrentes doivent être mise en oeuvre en premier lieu en présence d'autres technologies corrélées disponible.

Il convient également de noter que l'option de différer l'investissement présente certaines caractéristiques de projets mutuellement exclusifs. Cette exclusivité apparaît d'une façon inter temporelle pour un seul projet qui peut être accepté immédiatement ou ultérieurement.

Les projets peuvent être des substituts partiels en raison des économies d'échelle ou de la cannibalisation des produits. L'acceptation de plus d'un projet dans ce cas, dépend du résultat différentiel d'un projet supplémentaire par rapport à l'investissement exigé. Si le résultat différentiel est supérieur à l'investissement exigé, il est possible d'accepter plus d'un projet.

Les projets peuvent être *complémentaires* lorsque la mise en oeuvre simultanée de différents projets conduits à des synergies supplémentaires, c'est-à-dire que la valeur actuelle des projets combinés est supérieure à la somme des valeurs actuelles des projets pris d'une façon isolée. Par exemple, la valeur d'un nom commercial, d'une marque, résulte du succès de différents produits.

La complémentarité entre plusieurs projets concerne également les différentes composantes d'un système intégrée. Tel est particulièrement le cas lorsqu'un projet doit être mis en oeuvre avant de commencer un autre projet étroitement lié au premier. Il s'agit dans ce contexte d'une option composée. Ce type de projet est étudié par Trigeorgis (1996).

L'indépendance totale des projets regroupe à la fois les concepts de projets mutuellement exclusifs et de projets complémentaires.

L'étude de Childs, Ott et Triantis (1998) analyse les effets de l'interaction entre les projets sur la valeur de la société. Elle s'intéresse également aux effets de trois caractéristiques des projets dépendants sur la valeur de la société.

La première caractéristique est que plusieurs projets nécessitent une phase de développement avant le démarrage de l'activité. La phase de développement réduit l'incertitude relative à la valeur future du projet. Par exemple, cette phase permet une meilleure évaluation des coûts et des bénéfices du projet, une réduction de l'incertitude par un processus d'enchères, une meilleure information par les négociations avec d'autres partenaires impliqués dans des projets similaires, etc.

La deuxième caractéristique est que durant la phase de développement, de nouvelles informations sont révélées concernant d'autres projets qui dépendent du projet envisagé par la société. Tel est particulièrement le cas lors de la conception et de l'élaboration de nouveaux produits. Plusieurs maquettes sont

souvent élaborées utilisant des techniques similaires. Même si les risques techniques sont relativement indépendants, la réussite d'un produit dépend du risque de marché relatif au chiffre d'affaires anticipé. Ces recettes peuvent être corrélées via les différentes maquettes.

La troisième caractéristique est que la société peut souhaiter conduire la première phase de recherches simultanément pour différents projets ou en adoptant un ordre de préférence particulier. Ainsi, au lieu de conduire parallèlement deux projets et de choisir ultérieurement uniquement un seul projet, la société peut procéder à la mise en oeuvre d'un projet en se réservant l'option de développer ultérieurement l'autre projet. Dans le premier cas, il s'agit de développement parallèles. Dans le second, le développement est séquentiel.

La littérature économique propose également des exemples de modèles concernant les développements parallèles et séquentiels en matière de recherches et de développement. Childs, Ott et Triantis (1998) ont proposé un modèle général d'évaluation des projets en présence de différentes interactions. Dans ce modèle, la politique d'investissement optimale exige de choisir le maximum entre :

- la valeur associée à un développement parallèle des projets,
- la valeur maximale de deux alternatives en développement séquentiels,
- la valeur relative à un non développement de projets.

Ils montrent que les projets fortement corrélés privilégient le développement séquentiel par rapport au développement parallèle. Ce résultat s'explique par le fait qu'un investissement dans un projet peut offrir une certaine information concernant le projet en attente. Cette information peut être utile pour les décisions d'investissement dans l'avenir. Si la volatilité des résultats du projet augmente, cet effet disparaît en partie en raison de l'avantage offert par un développement parallèle de la première possibilité offerte par l'option de choisir le meilleur des deux projets.

Les auteurs montrent que l'avantage informationnel d'un développement séquentiel implique que l'ordre optimal des projets séquentiels n'implique pas forcément de commencer avec le projet qui présente la valeur la plus élevée.

Les auteurs constatent également que le développement parallèle est meilleur pour les projets qui exigent des coûts inférieurs, les projets pour lesquels la période de développement est plus longue, les projets qui génèrent des cash-flows plus élevés et les projets difficilement réversibles.

7. L'évaluation de la flexibilité comme une option compliquée : le modèle de Triantis et Hodder

Malgré les récents développements de la théorie d'évaluation, il apparaît clairement que les techniques classiques de choix des investissements sous-estiment la valeur des projets. Le problème fondamental des approches classiques est qu'elles ignorent les effets du "contrôle managérial" sur l'évaluation des projets. Ce contrôle résulte de la flexibilité offerte aux dirigeants d'affecter le déroulement du projet en fonction de l'arrivée de nouvelles informations. Un projet flexible permet par exemple de se protéger contre le risque de perte en offrant aux dirigeants la possibilité d'abandonner l'investissement comme il peut inclure des opportunités de croissance rentables.

Les techniques d'évaluation des options sont utilisées initialement par Myers (1977) pour évaluer la flexibilité relative à un projet ou encore les options réelles.

La littérature relative aux options réelles montre plusieurs situations dans lesquelles le dirigeant peut changer (switch) d'un état à un autre. Ces états sont discret (comme l'ouverture ou la fermeture d'une usine) ou continu (continuer l'exploitation à différents niveaux de la capacité).

L'option de démarrer un projet est étudiée initialement par Majd et Pindyck (1987), McDonald et Seigel (1986) et Pindyck (1988).

L'option de déclasser un projet est analysée par Myers et Majd (1984) en considérant le caractère irréversible de la décision d'investissement.

L'étude de Triantis et Hodder (1990) élimine la possibilité de revenir sur un état précédent.

L'option d'un déclassement temporaire d'une usine est étudiée par McDonald et Siegel (1985) en présence d'une décision irréversible.

Brennan et Schwartz (1985) évaluent une mine de cuivre en prenant en considération les deux types de décision.

Triantis et Hodder (1990) évaluent des options complexes en présence d'un système de production flexible. Ce système permet à la société de choisir une combinaison des produits (*output*) et de modifier ce choix au cours du temps. Ce système est certainement plus coûteux qu'un système sans aucune flexibilité. Dès lors, la mise en oeuvre de ce système nécessite un compromis entre le coût initial et la valeur de cette flexibilité.

La théorie standard d'évaluation des options suppose que le prix de l'actif sous-jacent (par exemple une action) est négocié sur un marché parfait. Cette hypothèse est également utilisée dans l'évaluation des options réelles. Mais, il est honnête d'avouer que la plupart des marchés des actifs réels sont des marchés monopolistique ou oligopolistique.

Le modèle de Triantis et Hodder (1990) considère cette possibilité en utilisant des courbes de demande qui présentent des pentes décroissantes. Le modèle utilise des coûts marginaux croissants en présence de plusieurs produits et il impose une contrainte sur la capacité. Ces spécificités conduisent à un modèle dans lequel les décisions d'exercice des options sont compliquées.

Les systèmes de production flexibles regroupent les raffineries, les usines chimiques, les installations textiles flexibles, etc. Certains systèmes flexibles permettent d'utiliser différents "input". À ce titre, Kulatilaka (1988) étudie l'évaluation d'une usine de production électrique qui peut être alimentée par du charbon ou du pétrole.

Pindyck (1988) et He et Pindyck (1989) utilisent des courbes de demande avec des pentes décroissantes pour étudier les décisions du choix de la capacité dans le contexte des options réelles. Ces modèles considèrent une échéance infinie et des ajustements en continu de la quantité d'*output*.

Le modèle Triantis et Hodder considère une société qui dispose de la possibilité d'acheter une usine parfaitement flexible. L'usine permet de produire différentes combinaisons de k produits. Chaque produit, i , est fabriqué instantanément au moment t à un coût variable moyen $C_i(t)$. Il peut être vendu dans les mêmes conditions à un prix $P_i(t)$. Le marché n'est pas parfaitement concurrentiel et le coût marginal d'un produit n'est pas constant.

Le profit marginal unitaire d'un produit est $R_i(t) = P_i(t) - C_i(t)$.

Ce profit est fonction du taux de production $q_i(t)$.

La marge de profit d'un produit i est une fonction linéaire du taux, soit :

$$R_i(t) = A_i(t) - B_i(t)q_i(t).$$

Dans ce modèle B_i est une constante et A_i suit une équation différentielle stochastique. Le système de production présente une durée de vie T . Cette durée est divisée en N intervalles de longueur dt . Au début de chaque intervalle, la société élabore un programme de production en fonction d'un certain taux q_i .

Le coût d'achat d'un système de production d'une capacité Q est $I_0(Q)$. Le système est déclassé en T . Si le profit devient négatif à un moment donné, la société peut suspendre temporairement la production et reprendre ses activités ultérieurement. La société supporte un coût fixe indépendamment du fonctionnement de son système de production.

Le modèle suppose que le marché des actions est sans frictions et qu'il est possible de reproduire les résultats des variables A_i à partir des actifs négociés en bourse. Les portefeuilles de duplication sont élaborés pour reproduire les résultats d'un portefeuille qui regroupe les programmes de production de la société. Le modèle est structuré de façon à ce que la décision de production au cours d'une période n'affecte pas les décisions des autres périodes. Ainsi, le programme de fabrication est la somme de la valeur des options de produire à chaque période. La valeur de cette option doit satisfaire l'équation standard d'évaluation des actifs financiers en présence de plusieurs variables d'état. La détermination de la valeur maximale de chaque option de production exige de calculer le niveau de production optimal, q^*_i en fonction des variables A_i . L'utilisation des techniques classiques d'évaluation des options donne la valeur de cette option.

8. La généralisation de l'approche des options implicites dans les décisions d'investissement

L'identification des opportunités d'investissement à des options réelles implicites soulève la question de leur évaluation lors du calcul de la valeur actuelle nette augmentée. Lorsque les opportunités sont indépendantes et n'influencent pas la séquence des flux d'un projet, les valeurs des options sont données par les modèles classiques. En revanche, lorsque les opportunités sont dépendantes, les prix de ces options sont déterminés par référence à des approches numériques.

8.1. L'évaluation de la flexibilité implicite dans les décisions d'investissement : le modèle de Trigeorgis

L'évaluation des options s'effectue selon deux approches: une approche en temps continu à la Black et Scholes (1973) et une approche en temps discret à la Cox, Ross et Rubinstein (1979), CRR. L'avantage de la deuxième approche est qu'elle permet d'obtenir des prix en présence de plusieurs options sur un seul actif. Tel n'est pas le cas pour l'approche en temps continu. Les modèles proposés dans le cadre de cet article s'appliquent également à l'évaluation des options réelles. Pour une présentation détaillée des options, le lecteur peut se référer aux travaux de Bellalah (1991), Bellalah et al. (1998), Cox et Ross (1976), Boyle (1986, 1988), Blomeyer (1986), Cox et Ross (1976), Goffin (1994, 1995, 1996, 1998), Navatte (1998) etc.

Le modèle de Trigeorgis (1991) permet d'évaluer les options réelles implicites dans un projet d'investissement. Il est fondé sur une transformation

logarithmique du modèle de Cox Ross et Rubinstein (1979) en prenant en considération les détachements de dividendes.

8.1.1. La présentation du modèle

Le modèle utilise les notations suivantes :

V : la valeur totale du projet,
X : le logarithme de V,
 σ : la volatilité de V,
r: le taux d'intérêt sans risque,
 τ : un intervalle de temps raisonnablement petit,
T : la durée de vie du projet,
N : le nombre d'intervalles de temps avec $T = N$.

En supposant que pour chaque intervalle de temps, τ , la variation de X, ΔX évolue à la hausse (à la baisse) par une quantité $\Delta X = H$, ($\Delta X = -H$), avec une certaine probabilité p, (1 - p), la version modifiée du modèle de CRR utilise les paramètres suivants:

$$K = \sigma^2 (T/N) : \text{le pas de temps,} \quad (1)$$

$$\mu = (r/\sigma^2) - 1/2 : \text{la tendance du prix de l'actif support,} \quad (2)$$

$$H = [K + (\mu K)^2]^{1/2} : \text{la variation de X, ou encore le pas d'espace,} \quad (3)$$

$$p = 1/2(1 + \mu K/H) : \text{la probabilité de la hausse ou de la baisse.} \quad (4)$$

Désignons par "j" le nombre entier de pas de temps, K, et par "i" le nombre entier de pas d'espace de la variable X. L'indice "i" représente la différence entre le nombre de hausse et le nombre de baisse de la valeur du support. Ainsi, la valeur de l'actif à chaque étape est égale à sa valeur initiale augmentée de iH, soit:

$$X(i) = X_0 + ih \quad (5)$$

Désignons par R(i), la valeur totale du projet avec ses options implicites à l'état i. La mise en oeuvre du modèle s'effectue en quatre étapes.

La première étape

L'utilisation du modèle exige l'entrée d'un certain nombre de paramètres : la valeur du projet V, le taux r, la volatilité σ , la durée de vie T et la série de prix d'exercice (les dépenses d'investissements, I). Il faut également spécifier les cash-flows, CF, les caractéristiques des options implicites et le nombre N d'intervalles de temps.

La seconde étape

La définition du pas de temps, k, de la tendance μ , du pas d'espace H et de la probabilité p permet de générer le modèle binomial sur les N périodes. Ainsi en partant de l'instant initial et en utilisant les indices i, j et les valeurs des paramètres données par les équations (1) à (5), il est possible de générer un arbre sur N périodes, représentant l'évolution de la valeur du projet avec ses options implicites, R(i).

La troisième étape

À la date d'échéance, $j = N$, il s'impose de définir les valeurs des options implicites. Dans la mesure où à chaque noeud de l'arbre, la valeur du projet est donnée par :

$$V(i) = e^{X_0 + iH} \quad (6)$$

la valeur du projet avec ses options implicites est :

$$R(i) = \max[V(i), 0]. \quad (7)$$

La quatrième étape:

La dernière étape consiste à procéder d'une façon récursive à partir de la date d'échéance. Pour chaque instant j et à chaque état i , la valeur totale du projet augmentée des options est calculée en fonction des valeurs de l'instant $(j + 1)$ pour j allant de $(n - 1)$ jusqu'à 1. En considérant deux périodes successives j et $(j + 1)$, la valeur totale du projet à l'instant j et à l'état i est obtenue par l'actualisation de sa valeur espérée au taux d'intérêt sur l'intervalle de temps $\tau = K/\sigma^2$, comme suit :

$$R(i) = e^{-r(K/\sigma^2)} [p R(i + 1) + (1 - p) R(i - 1)] \quad (8)$$

Les valeurs de $R(i + 1)$ et $R(i - 1)$ correspondent au moment $(j + 1)$.

8.1.2. L'ajustement pour les cashflows

À la date d'un cash-flow ou d'un dividende, la valeur de $R(i)$ est :

$$R'(i) = R(i - x) - CF, \quad (9)$$

En effet à cette date, la valeur de l'actif, $V = e^{(X_0 + i H)}$ est amputée d'un montant CF . En désignant par $(-)$ et $(+)$ les moments juste après (avant) le paiement effectué, il vient:

$$V^-(i) = V^+(i) - CF. \quad (10)$$

Dans la mesure où la valeur de l'option n'est pas modifiée, la valeur du projet augmentée de ses options implicites après la date de paiement s'écrit :

$$R'(V^-) = R(V^+ - CF) + CF. \quad (11)$$

Cet ajustement est similaire à celui de l'évaluation d'une option en présence de dividendes. À la date d'une dépense d'investissement, I , la valeur totale du projet est révisée à la baisse d'un montant I , soit:

$$R'(i) = R(i) - I \quad (12)$$

8.1.3. L'ajustement pour les options réelles

En adoptant la procédure récursive, chaque option réelle est prise en compte dans le modèle en fonction de ses caractéristiques. Par souci de clarté, considérons l'évaluation d'un projet qui nécessite une phase de construction et une phase d'exploitation. Durant la première phase, une dépense initiale I_1 est effectuée. Cette dépense est suivie de deux dépenses I_2 et I_3 . Le projet offre aux dirigeants la possibilité de retarder la mise en oeuvre du projet de T_1 années. Ils disposent également des possibilités suivantes :

- la flexibilité d'abandonner la dépense envisagée I_2 ,
- la flexibilité de réduire la taille du projet d'un pourcentage c réalisant ainsi une économie d'un montant I_3 sur la dépense prévue I_3 ,
- la possibilité d'agrandir l'échelle de production d'un certain pourcentage $e\%$ en supportant une dépense supplémentaire I_4 ,
- la flexibilité de modifier l'utilisation du projet et de l'abandonner pour sa valeur de liquidation S .

Les résultats des options réelles sont donnés au tableau 1.

Tableau 1
Les résultats des opportunités d'investissement

Opportunité de changer l'exploitation, ou abandonner le projet pour sa valeur S .	$R' = \max(R, S)$
---	-------------------

Opportunité d'augmenter la taille d'une fraction e % en effectuant une dépense I_4	$R' = R + \max(eV - I_4, 0)$
Opportunité de réduire la taille du projet d'une fraction c %, en économisant I_3	$R' = R + \max(I_3 - cV, 0)$
Possibilité d'abandonner le projet.	$R' = \max(R - I_2, 0)$
Possibilité de retarder la mise en route du projet d'une période.	$R = \max(e^{-r\tau} E(R_{j+1}), R_j)$

8.1.4. Une étude comparative des modèles de la flexibilité

L'étude de Trigeorgis (1991) compare les valeurs des options américaines de vente (données par son modèle pour $N = 50$) en l'absence de dividendes par rapport aux modèles de Geske et Johnson (1984), Barone-Adesi et Whaley (1987), Johnson (1983), Brennan et Schwartz (1985), Parkinson (1977) et CRR (1979), Whaley (1981, 1982, 1986). Le modèle de Brennan et Schwartz (1985) utilise les techniques de l'analyse numérique et en particulier la méthode des différences finies avec un schéma implicite. Le nombre d'itérations utilisé est de 456. Le modèle de Parkinson (1977) est fondé sur l'approche de l'intégration numérique. Le modèle multinomiale de CRR (1979) est utilisé pour un nombre d'itérations N de 500.

Selon Trigeorgis, le modèle proposé est plus précis que les formules analytiques, quadratiques et la méthode de Johnson. Il présente la même performance que la méthode des différences finies pour un nombre d'itérations $N = 500$. En comparant les valeurs des options américaines de vente en présence de détachement d'un ou de deux dividendes, Trigeorgis montre que son modèle présente les mêmes performances que celui de CRR en disposant d'un avantage en termes de temps de calcul. Le tableau 2 compare la robustesse des modèles et les restrictions pour la "stabilité" de la solution pour les différentes méthodes d'évaluation.

Tableau 2
Les restrictions sur la stabilité et la consistance du schéma utilisé

L'approche	Restrictions sur la stabilité	Consistance
Méthode des différences finies avec un schéma implicite	$h \leq \sigma^2 / r - 1/2 \sigma^2 $	la variance est biaisée à la hausse
Transformation logarithmique de la méthode des différences finies avec un schéma implicite	aucune	
Méthode des différences finies avec un schéma explicite	$h \leq \sigma^2 / r - 1/2 \sigma^2 $ et $k \leq h^2 / \sigma^2$	la variance est biaisée à la baisse
Transformation logarithmique de la méthode des différences finies avec un schéma explicite	$k \leq h^2 / \sigma^2$	

Intégration numérique	$h^2 > \sigma^2 k + (r - 1/2\sigma^2)^2 k^2$ $h \leq \sigma^2 / r - 1/2\sigma^2 + (r - 1/2\sigma^2) k$	le schéma est consistant
L'approche binomiale de Cox, Ross et Rubinstein	$k \leq \sigma^2 / (r - 1/2\sigma^2)^2$	la variance est biaisée par la moyenne au carré sur N
Transformation logarithmique de l'approche binomiale	aucune	le schéma est consistant

où h et k désignent respectivement le pas d'espace et le pas de temps.

9. L'évaluation de la flexibilité en présence de plusieurs options réelles : les modèles de Trigeorgis

Les universitaires et les dirigeants des entreprises reconnaissent aujourd'hui les limites d'actualisation des cash-flows par les techniques standards (*discounted cash-flow*, DCF)

Les travaux de Myers (1987), Kester (1984), Mason et Merton (1985), Trigeorgis et Mason (1987) etc. suggèrent d'utiliser la théorie des options pour évaluer la flexibilité implicite dans la décision d'investissement. Cette flexibilité correspond aux options réelles de différer l'investissement, de l'abandonner, de réduire sa taille, d'augmenter la capacité et de changer d'un système vers un autre.

L'évaluation des options est fondée sur le modèle de Trigeorgis (1991).

Supposons que la valeur du projet V_t évolue selon l'équation suivante :

$$dV/V = (\alpha - \delta)dt + \sigma dz$$

avec :

α : le rendement instantané du projet,

σ : la variation instantanée du projet,

δ : un taux de distribution dans la valeur du projet,

dz : un processus de Wiener.

En temps discret, $\log V$ suit un mouvement Brownien géométrique et les approximations standard dans Trigeorgis (1991) permettent d'obtenir un modèle transformé de Cox, Ross et Rubinstein (1979).

Exemple.

Considérons les données suivantes pour l'évaluation du projet spécifié :

- la valeur initiale du projet : 10 %,
- le taux d'intérêt sans risque (annuel) : 5 %,
- la variance du projet : 25 %,
- la durée de vie probable du projet : $T = 15$ ans,
- la dépense initiale : 10,
- l'option est différée pour $T_1 = 2$ ans,

- la construction peut être déclassée en abondant l'investissement I_2 de 90 la troisième année,
- la taille du projet peut être diminuée de $c = 25\%$ l'année 5 en limitant le troisième investissement I_3 à $I_3 = 10$,
- la capacité peut être augmentée de $X = 50\%$ en effectuant un investissement I' de 30 l'année 7,
- la valeur de liquidation du projet représente 50% de l'investissement cumulé.

Comme la flexibilité attachée à la valeur du projet V correspond à différents types d'options réelles, une certaine interaction entre ces options est possible.

Par exemple, considérons uniquement la présence de deux options sur un seul actif. Dans ce cas, les valeurs de l'actif et de la flexibilité dépendent :

- du type des options (deux options d'achat, deux options de vente ou une option d'achat et une option de vente),
- de l'instant de l'exercice (option européenne ou américaine),
- du degré de parité (à la monnaie, dans la monnaie ou en dehors de la monnaie),
- de l'ordre chronologique des options ou encore de la séquence observée des deux options).

Ces différents facteurs déterminent l'interaction entre les différentes options, leurs valeurs et la valeur du projet. Ainsi, la présence d'une option dans cette analyse peut lui conférer une valeur différente en fonction des éléments précités. Par conséquent, la valeur séparée de deux options est différente de la valeur des deux options dans un ordre donné.

Trigeorgis (1993) a proposé dans un premier temps une évaluation de ces options d'une façon séparée et dans un deuxième temps une évaluation de ces options en présence d'une interaction.

9.1. L'évaluation séparée des options

L'option de différer l'investissement peut être évaluée comme une option américaine d'achat sur la valeur du projet. Le prix d'exercice de cette option correspond à la dépense d'investissement. Cette option augmente la valeur actuelle nette du projet à 26,3. Par conséquent la valeur de cette option est :

$$\begin{aligned} \text{Prix de l'option} &= \text{Nouvelle VAN} - \text{VAN standard} \\ 41 &= 26,3 - (-14,7) \end{aligned}$$

La valeur de l'option de déclasser à n'importe quel moment le projet durant la phase de construction est évaluée comme *une option d'achat composée* sur la valeur du projet. Si les dirigeants disposent uniquement de cette option, la nouvelle VAN du projet serait de 22,1. Dans ce cas, la valeur de l'option d'abandonner durant la phase de construction est de 37% de V .

La valeur de l'option de réduire la taille du projet est assimilée à *une option européenne de vente* sur une partie du projet. Le prix d'exercice de cette option correspond à l'économie potentielle. L'utilisation de cette option augmente la valeur de l'opportunité d'investir de 7% de V, (de -14,7 à -7,8).

D'une façon identique, *la valeur de l'option d'accroître* la taille du projet vaut 35 % de V. Cette option est assimilée à *une option européenne d'achat* sur une partie du projet. Son prix d'exercice correspond à la dépense additionnelle.

L'option d'échanger l'utilisation du projet (switch) est assimilée à une option américaine de vente sur la valeur du projet. Le prix d'exercice de cette option correspond à la meilleure alternative possible, assimilée dans cette étude à la valeur de liquidation. La valeur séparée de cette option est de 40% de V. Toutefois, il est important de reconnaître que la valeur d'une option isolée peut être différente de sa valeur en présence d'interactions avec d'autres options.

9.2. L'évaluation des options en présence d'interactions

La présence d'options ultérieures augmente la valeur des options antérieures dans un même projet. En outre, l'exercice des options antérieures (par exemple l'option d'augmenter le projet ou celle de réduire sa taille) peut affecter les valeurs du projet et celles des options postérieures implicites dans le même projet. Cette interaction peut être importante (faible), comme elle peut être positive ou négative.

Par exemple, la valeur séparée de l'option de différer est de 41 et celle de l'option d'abandonner est de 37 alors que la présence simultanée des deux options correspond à une valeur de 51. Ce résultat témoigne d'une interaction négative entre les options.

Les valeurs des options s'additionnent en général lorsque :

- les deux options sont de différents types (option d'achat et option de vente) : une option d'achat est exercée dans un contexte favorable et une option de vente est exercée dans un contexte défavorable,
- les instants d'exercice sont rapprochés : tel est le cas pour deux options européennes qui présentent la même date d'échéance,
- les options sont profondément en dehors de la monnaie : par exemple, l'option de réduire l'investissement l'année 5 (option de vente) et l'option d'étendre le projet l'année 7 (option d'achat) présentent des valeurs respectives de 6,9 et de 35. La valeur combinée de ces options est de 41,8.

10. L'investissement dans les technologies innovantes : le modèle de Grenadier et Weiss

La stratégie d'investissement dans l'innovation est assimilée à une séquence d'options implicites dans la décision d'investissement. Les conséquences d'une décision d'investissement affectent les options futures de la société.

10.1. Le comportement des sociétés en matière de stratégies d'innovations

Comme dans Meyers (1977) et Kester (1984), une société peut considérer une décision d'investissement comme une série d'options dans l'avenir.

Par exemple, quand une société doit choisir une nouvelle technologie, elle doit prendre en compte les coûts du passage vers la nouvelle technologie. La société détient en fait une option d'échange d'un actif contre un autre ou encore d'une technologie contre une autre. Cette option est étudiée par Margrabe (1978).

Considérons une société qui envisage d'investir dans une première phase d'une nouvelle technologie. Dans ce cas, la société dispose de la technologie et d'une option concernant l'amélioration future de la méthode. Dans la première phase de l'innovation, la société détient une option sur une option. Ce type d'options est analysé par Geske (1977, 1978, 1979) et Geske et Shastri (1985). Dans ce contexte, la société doit déterminer un chemin optimum ou encre une stratégie de "migration" en adoptant les différentes étapes successives de la stratégie d'innovation.

Afin de prendre en compte les spécificités du monde réel, il est supposé que les sociétés choisissent entre une série de stratégies d'innovations. Cette analyse permet d'expliquer les déterminants de la stratégie de migration. Comme la société décide de choisir une version technologique à un instant donné, la société prend en considération sa capacité à réagir aux mutations technologiques dans l'avenir.

Il est également supposé que la valeur de la technologie et le moment de son apparition sur le marché sont complètement aléatoires.

Les sociétés qui adoptent une technologie peuvent bénéficier du mécanisme d'apprentissage "*earn by doing*". En refusant une technologie à un instant donné, la société ne bénéficie pas du phénomène d'apprentissage en provenance de l'expérience relative à l'utilisation d'une certaine technologie.

Cette analyse reconnaît bien sûr que le coût payé initialement pour adopter une technologie nouvelle est plus élevé que le coût supporté dans une deuxième phase après la démocratisation de la technologie.

L'étude de Grenadier et Weiss (1997) identifie quatre stratégie de migration :

- une stratégie "*compulsive*" qui consiste à investir dans chaque nouvelle stratégie,
- une stratégie "*leapfrog*" qui consiste à éviter une technologie existante et à attendre pour adopter la nouvelle génération d'innovation,
- une stratégie "*buy-and-hold*" qui consiste à investir uniquement dans la première innovation qui se présente aux dirigeants,
- une stratégie "*laggard*" qui consiste à attendre l'arrivée d'une nouvelle technologie pour acquérir une ancienne technologie.

Le modèle permet de calculer la probabilité que la société adopte l'une des quatre stratégies de migration ainsi que le temps optimal relatif à l'investissement. Ces calculs dépendent des facteurs de marché et de facteurs spécifiques aux sociétés.

Le modèle montre que le choix d'une stratégie dépend de l'incertitude concernant la technologie. La stratégie de migration adoptée dépend des comportements historiques des sociétés en matière de choix des technologies. Il apparaît ainsi que les décisions dépendent du chemin passé, c'est-à-dire que face à un problème de choix, deux sociétés peuvent choisir différentes stratégies en raison des décisions historiques.

10.2. Le modèle de Grenadier et Weiss

Le modèle considère une société confrontée à une séquence d'opportunités d'investissement dans des innovations technologiques. Au départ, la société anticipe l'arrivée d'une nouvelle technologie plus performante. La technologie existante au départ est appelée la technologie courante. La société peut décider d'investir dans cette technologie en anticipant l'arrivée de nouvelles technologies. À l'arrivée d'une nouvelle technologie dite future, la société décide de "migrer" ou non vers cette nouvelle technologie. La décision de la société d'adopter la nouvelle technologie dépend de sa précédente décision concernant la technologie courante. Cette situation conduit à une "dépendance du chemin" (*path dependency*) dans le processus de décision concernant une politique optimale de "migration".

Le modèle débute avec l'arrivée de la technologie courante à l'instant 0. La valeur de cette technologie pour la société est P_0 . La société peut adopter cette technologie courante à un coût C_e . Le résultat de cette décision est $(P_0 - C_e)$.

La nouvelle génération de technologie arrive à un instant aléatoire, T . A cette époque, les options dont dispose la société dépendent de sa stratégie précédente.

Si la société a adopté l'ancienne technologie, elle peut adopter la nouvelle technologie à un prix P_T comme elle peut conserver son ancienne stratégie.

Si la société décide d'investir dans la nouvelle technologie, elle bénéficie des avantages de la nouvelle technologie $(P_T - P_0)$ en payant un coût C_u .

Si la société ne dispose pas de l'ancienne technologie, elle dispose de deux options : soit acquérir la nouvelle technologie à un coût C_1 , soit investir dans l'ancienne technologie à un coût C_d . Cette analyse suppose que le coût C_d est inférieur à C_e et que le coût C_1 est inférieur à $C_e + C_u$.

La recherche de la stratégie optimale de migration (d'une stratégie technologique vers une autre) exige d'utiliser la programmation dynamique. En désignant par X le vecteur décrivant les spécificités des technologies et par $F(X)$ la valeur de l'option de changer de technologie, il est possible d'utiliser la

théorie des options pour obtenir les solutions de ce problème. Dans ce contexte, il suffit d'utiliser les techniques permettant de choisir l'instant optimal pour l'exercice de ces options.

10.2.1. La technologie optimale de migration

Avant l'adoption de la technologie existante et l'acquisition d'une nouvelle technologie, la société détient une option $G(X)$ pour acquérir la technologie courante. La stratégie optimale consiste à adopter la technologie courante avant que la valeur de la technologie atteigne un prix X_1 avant l'arrivée d'une nouvelle technologie.

Si la société investit dans la technologie courante, elle dispose d'une option $F(X)$ pour adopter une technologie plus performante. Dans ce cas, la société décide d'améliorer la technologie lorsque $P_T - P_0 - C_u > P_0 - C_d$. Dans le cas contraire, elle décide d'acheter l'ancienne technologie.

Ce résultat spécifiant la stratégie optimale de migration permet d'obtenir des résultats concernant le comportement de la société dans l'avenir en matière de choix des innovations technologiques. En particulier, il permet d'obtenir les probabilités concernant le choix de l'une des stratégies dans l'avenir ainsi que le moment optimal de la prise de décision concernant l'une des quatre stratégies.

10.2.2. Le comportement des sociétés en matière d'adoption des nouvelles technologies

Ce paragraphe étudie l'impact des caractéristiques de l'environnement technologique sur le comportement des sociétés en matière d'adoption de nouvelles technologies. Elle analyse en particulier l'impact de l'arrivée des innovations, les bénéfices anticipés et l'incertitude concernant le progrès technologique.

D'abord, considérons l'impact de la vitesse d'arrivée de nouvelles technologies. La fréquence des innovations dans le domaine de la technologie de pointe "*high-technology*" est très rapide. Par exemple, l'industrie des ordinateurs personnels (portables) est en pleine mutation. Les observateurs industriels constatent que ce changement rapide conduit à des décisions d'achat de plus en plus difficiles. Dans un numéro de PC Magazine, (28 mai, 1986, page 93), certains dirigeants se plaignent de la vitesse de renouvellement des technologies, puisque peu de temps après l'acquisition d'un ordinateur, le modèle est dépassé. En revanche, les technologies dans un stade de maturité montrent un taux de renouvellement largement inférieur.

La question est de savoir comment le comportement d'achat dépend de la vitesse d'arrivée des innovations ?

Lorsqu'une société achète une technologie, elle s'attend toujours à l'arrivée de technologies plus performantes. Si la nouvelle technologie apparaît dans un

avenir proche, la société peut être incité à ne pas investir pour les deux raisons suivantes.

La première est que l'achat de la technologie n'est pas rentable si une technologie performante arrive dans un avenir proche rendant la première obsolète. La deuxième raison est que si la société conserve la technologie sans investir dans la nouvelle, le coût de l'attente est relativement faible. Ainsi, pour des marchés en mutation, il est raisonnable de s'attendre à un retard dans l'investissement en attendant l'arrivée de la nouvelle technologie.

Les résultats empiriques de Weiss (1994) pour le marché des circuits d'imprimerie montrent que les sociétés n'investissent pas directement dans la technologie existante en attendant l'arrivée d'une nouvelle technologie dans un contexte de renouvellement rapide.

L'environnement technologique est caractérisé non seulement par la rapidité des innovations, mais également par le caractère radical de certaines modifications. En effet, les changements technologiques sont évolutionnaires ou révolutionnaires. L'évolution concerne l'adaptation des caractéristiques des produits existants aux besoins des consommateurs. La révolution consiste à changer radicalement de produit et de technologie.

Dans un marché turbulent, l'innovation rapide encourage le retard dans l'adoption des technologies alors que le changement radicale de technologies incite à l'achat des nouvelles technologies. La combinaison de ces deux résultats montre que la stratégie "*leapfrog*" domine les autres stratégies dans ce contexte.

Considérons un marché caractérisé par une faible vitesse d'évolution technologique, mais dans lequel l'émergence d'une technologie est significative. La faible vitesse d'évolution conduit à adopter les technologies courantes, en revanche, la radicalité du changement conduit à attendre les innovations futures. Dans ce contexte, une stratégie "compulsive" doit apparaître. Ce résultat confirme les tests de Weiss (1994) et de Rosenthal (1984).

L'étude Weiss (1994) montre que les sociétés réagissent rapidement aux changements radicales de technologie en adoptant des stratégies "*leapfrog*" qui consistent à poursuivre les nouvelles technologies et à refuser d'investir dans les technologies existantes. L'étude de Rosenthal (1984) montre que les sociétés réagissent au progrès technologique "lent" mais significatif en adoptant des stratégies compulsives, c'est-à-dire en investissant dans les technologies dès qu'elles arrivent.

Par nature, il est difficile de prévoir les évolutions technologiques. La capacité de prévoir l'évolution et le "*timing*" des technologies est une tâche difficile. Cette possibilité de prévision dépend du degré de turbulence technologique et des spécificités des marchés.

Les simulations des auteurs montrent que plus l'incertitude relative à l'évolution des technologies est grande, plus les sociétés sont incitées à adopter des stratégies "*leapfrog*" et "*laggard*". Dans ce contexte, les possibilités d'adopter des stratégies du type "compulsive" ou "*buy-hold*" sont réduites. Par conséquent, la volatilité peut retarder l'adoption d'une nouvelle technologie, incitant ainsi les sociétés à retarder l'investissement dans l'avenir. Ce résultat a été montré initialement par McDonald et Siegel dans le cadre de la théorie des options réelles.

Même s'il apparaît a priori, que le coût d'investissement dans une nouvelle technologies est C_e , il existe cependant un autre coût. Ce dernier correspond à l'option offerte à l'entreprise de retarder sa décision dans le temps en attendant l'arrivée de nouvelles informations. L'adoption de la technologie courante conduit à l'exercice de cette option d'attendre. La valeur de cette option correspond aussi au coût d'adopter la technologie existante.

La valeur de cette option "d'attendre" augmente avec la volatilité de l'environnement technologique. Dans ce cas, les sociétés poursuivent de moins en moins les stratégies du type "compulsive" ou "buy-and-hold".

11. La recherche et développement comme une option réelle : le modèle de Lint et Pennings (1998)

Les grandes sociétés internationales sont confrontées à la difficulté d'établir un portefeuille optimal de projets de recherches.

Le critère de la valeur actuelle nette et les techniques d'actualisation des cash-flows (DCF) ne permettent pas un choix optimal d'un portefeuille de projets de recherches. Ces techniques privilégient relativement les projets à court terme.

Si les dirigeants détiennent une option d'abandonner un projet, le coût relatif à un investissement en R&D peut être assimilé au prix d'une option d'achat sur les investissements ultérieurs. Dans ce contexte, la théorie des options réelles peut s'appliquer à l'investissement en R&D. Les dirigeants disposent de la possibilité de réagir à des événements imprévus qui affectent la valeur d'un projet. Au cours du stade de R&D, ils peuvent décider de continuer ou non sur un projet.

Dans le contexte des options réelles, il est intéressant d'investir en R&D lorsque l'investissement initial offre une certaine information concernant les gains ou les pertes futures du projet. Comme les projets de R&D portent sur des périodes relativement longues, la valeur de la flexibilité peut être importante.

Dixit et Pindyck (1995) montrent que la VAN standard donne un résultat équivalent à celui des options réelles en l'absence d'incertitude et que la dépense d'investissement est réversible ou encore récupérable.

Newton et Pearson (1994) proposent une approche pour évaluer l'option relative aux investissements en R&D. Ce travail est prolongé par Lint et Pennings (1998) qui montrent que les dirigeants n'ajustent pas d'une façon continue la valeur d'un projet de R&D. La valeur de l'investissement est modifiée uniquement en présence d'une information stratégique.

L'article de Lint et Pennings (1998) montre l'utilisation d'un modèle donné d'options pour élaborer un projet de R&D. L'article présente d'abord une

méthode pour estimer l'incertitude de la valeur des projets de R&D en pratique. Il conduit ensuite des réflexions concernant les tests empiriques des modèles des options réelles. Il propose enfin une méthode pour améliorer la communication entre les différents départements d'une entreprise afin d'évaluer d'une façon plus transparente les options de R&D.

La littérature suggère l'application des options réelles pour surmonter les difficultés de la VAN dans l'évaluation des projets. En pratique, l'application des modèles d'options pour l'investissement en R&D soulève certains problèmes. Ces problèmes sont liés au choix du moment optimal d'exercice de l'option (option européenne ou américaine), à l'hypothèse de négociabilité des actifs servant de support à l'option, à l'estimation de la volatilité des valeurs du projet, etc.

Le choix du moment opportun pour l'exercice de l'option :

Les applications des options réelles en choix des investissements sont fondées généralement sur le modèle de Black et Scholes (1973). Ce modèle suppose que l'exercice des options apparaît uniquement à la date d'échéance (options européennes). Or les options en R&D sont européennes uniquement en présence de deux conditions.

La première est que l'introduction d'un produit (avant de finir avec succès la phase de R&D) peut présenter des implications sur la part de marché de la société.

La deuxième est que le retard d'introduction d'un produit peut conduire à une perte de compétitivité, particulièrement, dans un marché caractérisé par l'importance des avantages compétitifs dans la première phase du cycle de vie d'un produit. Dans les marchés où le premier entrant (la première entreprise) bénéficie du plus grand avantage, les sociétés qui disposent de meilleurs compétences exercent rapidement les options en R&D lorsque la VAN est positive. Comme la valeur de l'attente dans ces marchés est très faible, les options de R&D sont européennes.

Si l'introduction du produit est un succès, la société impose généralement sa technologie et dispose d'une licence pour ses efforts en R&D. Cette stratégie est très efficace lorsque les concurrents ne disposent pas de la possibilité de réagir instantanément. Certaines études montrent que les sociétés qui disposent de compétences distinctives en marketing et en production préfèrent ne pas exercer ces options immédiatement et préfèrent pénétrer le marché en retard de phase. Cette stratégie leur permet de profiter des erreurs du pionnier. Cette possibilité constitue plutôt une option américaine sur l'introduction du produit au marché après l'achèvement de l'étape de R&D.

L'hypothèse de neutralité :

La deuxième critique concernant l'application des modèles d'options réside dans la propriété de neutralité au risque. Le modèle de Black et Scholes exige de construire un portefeuille qui regroupe une position longue dans l'actif sous-jacent (négociable) et une position de vendeur (courte) dans les options. L'utilisation d'un argument d'arbitrage conduit à l'utilisation d'une procédure d'évaluation neutre au risque.

Pour une option réelle, l'actif servant de support à l'option n'est pas négociable. Par conséquent, l'hypothèse de complétude du marché est fondamentale pour l'utilisation de cette évaluation "neutre" au risque.

L'estimation de la volatilité :

Un autre problème dans l'application de la théorie des options concerne l'estimation de la volatilité de l'actif sous-jacent. Contrairement à une option

financière, il n'existe pas une base de données suffisante pour estimer la volatilité de l'actif sous-jacent. Pour cette raison, il s'impose d'estimer d'une façon appropriée la volatilité de l'actif sous-jacent.

Par exemple, Brennan et Schwartz (1985) étudient l'option d'activer et de désactiver une mine de cuivre. Dans ce cas, la volatilité du cuivre est estimée à partir d'un historique de prix.

Les options de R&D exigent une approche différente pour estimer la volatilité. Il est possible par exemple d'estimer la volatilité d'un projet de R&D à partir des caractéristiques de risque d'une action cotée. Cette situation est raisonnable car elle permet d'éviter les appréciations subjectives des dirigeants. Les recherches dans ce domaine sont en cours.

Dans cet article, il est supposé que les coûts d'un investissement irréversible nécessaire pour l'introduction du produit au marché et le temps nécessaire à l'achèvement de l'étape de R&D sont déterminés avec une certaine certitude. L'article s'intéresse à l'arrivée de l'information d'une façon discontinue.

Conclusion :

La politique optimale d'investissement pour plusieurs projets qui sont développés d'une façon parallèle ou d'une manière séquentielle dépend de plusieurs facteurs :

- les variances des projets,
- la corrélation entre les valeurs présentes des projets,
- les coûts de développement et de mise en route,
- la période de développement nécessaire à la préparation et à la mise en oeuvre du projet.

Childs, Ott et Triantis (1998) ont montré qu'en général, le développement séquentiel est préféré au développement en parallèle dans le contexte suivant :

- lorsque les projets sont fortement corrélés.
- lorsque les projets présentent une variance faible,
- lorsque les coûts de développement sont relativement élevés et les valeurs présentes sont très différentes.

Lorsque les valeurs présentes sont différentes, il n'est pas nécessaire de commencer par le projet qui présente la valeur présente la plus élevée. L'explication de ce résultat provient du mécanisme d'apprentissage qui permet à la société de profiter de l'expérience pendant le développement des projets.

Toutefois, il est important de noter que ces résultats sont obtenus en présence d'options européennes. Si les options sont américaines, la société dispose d'une flexibilité plus importante vis-à-vis de l'exercice de ses options. Elle peut réviser plus fréquemment ses décisions au cours du stade de développement. Par exemple, considérons une société qui commence le développement d'un deuxième projet avant de finir complètement son premier projet. Dans ce cas, les options réelles étudiées sont américaines. Les variations des paramètres du projet et la présence de plusieurs instants d'exercice au cours de la phase de

développement peuvent conduire à des stratégies hybrides combinant les développements séquentielles et en séries.

Dans la mesure où le programme de production (l'actif contingent) peut être dupliqué à partir des actifs existants sur les marchés, il est possible d'utiliser une approche d'évaluation par les martingales pour déterminer la valeur de chaque option de produire un produit optimal *mix* au cours d'une période donnée.

Une version simple de cette procédure est souvent utilisée lors de l'évaluation d'une option européenne d'achat. Dans ce contexte, il existe deux cas à l'échéance : le prix du support est supérieur ou inférieur au prix d'exercice. Dans le modèle ci-dessus, la décision est plus compliquée en raison de la présence de plusieurs produits, de la contrainte sur la capacité et de la flexibilité. En particulier, la décision d'exercice (le choix de la combinaison optimale de produits) est élaborée de façon à maximiser les profits en présence de la contrainte de capacité. Comme chaque décision d'exercice correspond à une réalisation des paramètres du processus, il existe une infinité de décisions possibles. Toutefois, il est possible de déterminer la décision optimale dans chaque intervalle ainsi que la valeur espérée actualisée des profits. La valeur du programme de production correspond à la somme des valeurs d'options dans chaque intervalle.

L'importance de la valeur des options réelles imbriquées dans un projet d'investissement est à la base de la mise en oeuvre de nombreux modèles pour évaluer la flexibilité relative à la décision d'investissement. Ces modèles sont plus généraux que ceux proposés pour évaluer des options européennes et américaines sur actions en présence de distributions de dividendes sur l'actif support.

Les valeurs des options réelles sont ajoutées à la valeur actuelle nette d'un projet pour obtenir la valeur actuelle nette augmentée. La valeur augmentée permet de décider d'accepter ou de rejeter le projet.

Une approche spécifique doit être mise en oeuvre pour l'évaluation des options réelles en présence d'une interaction entre différentes options réelles implicites dans une décision d'investissement. Dès lors, dans certaines situations, il est possible de rajouter les valeurs des options. Dans d'autres cas, il est impératif de prendre en compte l'interaction entre les différentes options. Cette interaction dépend du type d'option et du degré de parité. L'interaction entre une paire d'options peut être positive ou négative. En présence de plusieurs interactions négatives, il convient d'ignorer la valeur de ces options car elles réduisent significativement la valeur des autres options.

L'étude de Grenadier et Weiss (1997) a présenté une analogie conceptuelle entre l'adoption des innovations et les stratégies d'exercice d'un ensemble d'options implicites offertes aux dirigeants des sociétés. L'utilisation des outils de la théorie des options a permis d'élaborer la stratégie de "migration" optimale dans un contexte d'incertitude. L'étude a permis d'étudier l'impact des caractéristiques des technologies et des marchés sur la poursuite d'une de quatre stratégies.

REFERENCES

Abel A., 1983, "Optimal Investment Under Uncertainty", *American Economic Review*, 73, pp. 228-233

Ang J.S. et Lewellen W.G., " Risk Adjustment in Capital Investment Project Evaluation", *Financial Management*, 11(2), 1982, pp 5-14.

Barone-Adesi G. et Whaley R.E., "Efficient Analytic Approximation of American Option Values", *Journal of Finance* , 42, 1987, pp. 301-320.

Bellalah M., *Gestion Quantitative du Portefeuille et Nouveaux Marchés Financiers*, Nathan, 1991.

Bellalah M., *Gestion Financière : Diagnostic, Évaluation et Choix des Investissements*, Économica, 1998.

Bellalah M., Bryis E. et al., *Options, Futures and Exotic Options*, John Wiley & Sons, 1998.

Bellalah M., "Les options et les dividendes : synthèse de la littérature", *FINECO*, 1998.

Bernanke W., Ben S. , " Irreversibility, Uncertainty, and Cyclical Investment", *Quarterly Journal of Economics* 98, February 1983, pp 85-106.

Beranek, W., "Research Directions in Finance", In *Financial Analysis and Planning: Theory and Application*, (Cheng F. Lee ed) Reading Mass: Addison-Wesley. 1983.

Black F. et Scholes M. "The pricing of options and corporate liabilities", *Journal of Political Economy*, Volume 81, May/June 1973, pp. 637-654

Boyle PP., "Options Valuation Using a Three Jump Process", *International Options Journal*, 3, 1986, pp. 7-12.

Boyle PP., "A Lattice Framework for Option Pricing with Two State Variables", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 23 , 1988, pp. 1-12.

Blomeyer EC., "An Analytic Approximation for the American Put Price for Options on Stocks with Dividends", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 21, 1986, pp. 229-233.

Brealey R. et Myers S., 1996, *Principles of Corporate Finance*", New York, McGraw Hill,

Brennan M. J. et Schwartz, E. S. "Evaluating Natural Resource Investments", *Journal of Business* 58, April 1985, pp 135-57.

Brennan M. et E.Schwartz, "A New Approach to Evaluating Natural Resource Investments," *Midland Corporate Finance Journal*, Spring 1985.

Cox J.C. et Ross S., "The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes", *Journal of Financial Economics*, 3, 1976, pp. 145-166.

Cox J.C., Ross S. et Rubinstein M., "Option Pricing : A Simplified Approach", *Journal of Financial Economics*, 7 , 1979, pp. 229-263.

Dixit A. et Pindyck R. , "The Options Approach to Capital Investment " , *Harvard Business Review*, Mai-Juin 1995, pp 105-115

Dixit A., et Pindyck R., *Investment under Uncertainty*, Princeton Press 1993.

Geske R., "The Valuation of Corporate Liabilities as Compound Options", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1977, pp. 541-552.

Geske R., "The Valuation of Compound Options", *Journal of Financial Economics*, 7, 1979, pp. 63-81.

Geske R., "The Pricing of Options with Stochastics Dividend yield", *Journal of Finance*, 1978.

Geske R. et Johnson H.E., "The American Put Option Valued Analytically", *Journal of Finance*, 39, 1984, pp. 1511-1524.

Geske R., "A Note on The Analytical Formula for Unprotected American Call Options on Stocks with Known Dividends", *Journal of Financial Economics* 7, 1979, pp. 375-380.

Geske R. et K. Shastri, "Valuation by Approximation : A comparison of Alternative Option Valuation Techniques", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 20, 1985, pp. 45-71.

Goffin R., *Principes de Finance Moderne*, Economica, 1998.

Goffin R. , "L'application de la théorie des options au choix des investissements des entreprises : l'option d'arrêt temporaire et l'option de production à dbit variable" , *Analyse Financière*, 1994.

Goffin R. , "L'application de la théorie des options au choix des investissements des entreprises " , *Banques et Marchés*, N 14, Juillet-Août 1994.

Goffin R. , "Options réelles : l'option d'échange d'un input contre un output" , *Banques et Marchés*, N 13, Mai-Juin 1994.

Goffin R. , "Options réelles sur maximum ou minimum" , *Banques et Marchés*, N 18-19, 1995.

Goffin R. , "Evaluation d'options sur maximum ou minimum avec prix d'exercice risqué" , *Banques et Marchés*, N 22-Mai-Juin, 1996.

Grenadier S. et A. Weiss, 1997, "Investment in technological innovations : an option pricing approach" *Journal of financial Economics* 44, p "397- 416.

He H. et Pindyck R., 1989, "Investments in Flexible Production Capacity", MIT, Sloan School of Management, Working Paper, N 2102-89, March,

Ingersoll E., Ross, S., "Waiting to Invest : Investment and Uncertainty", *Journal of Business*, vol 65, N°1, 1992.

Johnson H. , "Options on the maximum or the minimum of several assets .", *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 22(4), 1987, pp 277-283.

Kulatilaka N., 1988, "Valuing the flexibility of flexible manufacturing systems", *IEEE Transactions in Engineering Management* 35, pp 250-257

Kensinger J.W., "Adding the Value of Active Management into the Capital Budgeting Equation " , *Midland Corporate Finance Journal*, Spring 1987, pp 31-42.

Kensinger J. , "The capital investment Project as a set of exchange options." , *Managerial Finance*, 1988.

Kester W.C., "Evaluating Growth Options : A New Approach to Strategic Capital Budgeting," , Document de Travail, 83-38, Harvard Business School, November 1982.

Kester W.C., "Today's Options for Tomorrow's Growth," , *Harvard Business Review*, March/April 1986.

Kester C., "Capital and Ownership Structure: A comparison of United States and Japanese Manufacturing Corporations", *Financial Management*, 1986, pp. 5-16.

Lint O. et Pennings E, 1998, "R&D as an option on market introduction", *R&D Management*, 28, 4, pp 297-287.

Luehrman T., "What's it worth ?", *Harvard Business Review*, Mai-Juin 1997

- Luehrman T., "Strategy as a Portfolio of real Options ?", *Harvard Business Review*, Juillet-aout 1998
- Magee J., "How to Use Decision Trees in Capital Investment," *Harvard Business Review*, 1964.
- Marglin S., *Approaches to Dynamic Investment Planning*, Amsterdam, North-Holland, 1967.
- Margrabe W. , "The value of an Option to Exchange One asset for another ", *Journal of Finance*, 1978.
- Mauer D. et S. Ott, "Investment under uncertainty : the case of replacement Investment decisions", *Journal of Financial and Quantitative Analysis* Vol 30, n4, 1995.
- Majd S. et Pindyck R., "Time to Build, Option Value, and Investment Decisions", *Journal of Financial Economics*, 1987, pp 7-27.
- Mason S. et Merton R.C., "*The Role of Contingent Claims Analysis in Corporate Finance*," in *Recent Advances in Corporate Finance* E.I. Altman and M.G. Subrahmanyam (eds.), Homewood, IL : Irwin, 1985.
- McDonald R. et Siegel D., "The Value of Waiting to Invest." , *Quarterly Journal of Economics* 101, 1986, pp 707-27.
- McDonald R. et Siegel D., "Investment and the Valuation of Firms When There Is an Option to Shut Down," , *International Economics Review* , 1985.
- McDonald R. et Siegel D., "Investment and the Valuation of Firms When There Is an Option to Shut Down", *International Economics Review*, 1985.
- Merton R. C., "An asymptotic Theory of Growth Under Uncertainty", *Review of Economic Studies* 42, July 1975, pp 375-93.
- Merton R.C., "On the Pricing of Contingent Claims and the Modigliani-Miller Theorem", *Journal of Financial Economics*, 1977, pp. 241-249.
- Merton R. C., *Continuous-Time Finance*. Cambridge, Basil Blackwell, 1995.
- Myers S., "Determinants of Corporate Borrowing", *Journal of Financial Economics* 5, 1977, pp. 147-175.
- Myers S.C. et Turnbull S., "Capital Budgeting and the Capital Asset Pricing Model : Good News and Bad News," , *Journal of Finance*, 1977, pp 321-333.

- Myers S. et Majd S., "Abandonment value and Project Life", *Advances in Futures and Options Research*, 1990, vol 4, pp 1-21.
- Navatte P. , *Finance d'entreprise et Théorie des Options, Economica*, 1998.
- Newton D et Pearson A., 1994, "Application of option pricing theory to R&D", *R&D Management* 24, pp. 83-89
- Paddock J., Siegel D. et Smith., "Option Valuation of Claims on Physical Assets : The Case of Offshore Petroleum Leases", *Quarterly Journal of Economics*, 1988, pp 479-508.
- Pindyck R., "Uncertainty and Exhaustible Resource Markets", *Journal of Political Economy* 86, 1980, pp 1203-1225.
- Pindyck R.s., " Irreversible investment, capacity choice, and the value of the firm", *American Economic Review* 78, 1988, pp.969-985.
- Pindyck R., 1991, "Irreversibility, Uncertainty, and Investment", *Journal of Economic Literature*, p 1110-1148.
- Roberts K et Weitzman M., "Finding creteria for Research, development and Extrapolation Projects ", *Econometrica*, sept 1981, 49, pp 1261-88
- Robichek A. et Van Horne J., "Abandonment Value and Capital Budgeting," *Journal of Finance*, December 1967, pp 577-590.
- Robichek A. et Myers S.C. " Conceptual Problems in the Use of Risk Adjusted Discounted Rates", *Journal of Finance* 21, 1966, pp 727-730.
- Ross S., Westerfield W., Jaffe F. , *Corporate Finance*, Irwin, Homewood, Boston, 1990.
- Siegel D., Smith J. et Paddock J., "Valuing Offshore Oil Properties with Option Pricing Models", *Midland Corporate Finance Journal*, 1987, pp 22-30.
- Siegel D., Smith J. et Paddock J., "Valuing Offshore Oil Properties with Option Pricing Models", *Midland Corporate Finance Journal*, 1987, pp 22-30.
- Triantis A., 1988, "Contingent claims valuation of flexible production systems", Ph.D. Dissertation, Stanford University (August)
- Triantis A. et Hodder J. "Valuing flexibility as a Complex Option", *Journal of Finance*, N 2, juin 1990
- Trigeorgis L. (1996), "Real Options : Managerial flexibility and Strategy in Resource allocation", Cambridge, Mass, MIT Press,

Trigeorgis L. (1995), "Real Options in capital Investment", Harvard Business Review, May-June

Trigeorgis L. (1991), "A Log-Transformed Binomial Numerical Analysis Method for Valuing Complex Multi-option Investments, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 26, pp 309-32

Trigeorgis L. et Mason P. (1987), "Valuing Managerial Flexibility", Midland Corporate Finance Journal, 5, pp. 14-21

Trigeorgis L. "The nature of option interactions and the valuation of investments with multiple real options ", Journal of Financial and Quantitative Analysis, vol 28, Mars 1993

Van Horne J., *Financial Management and Policy*, Prentice-Hall, 1989.

Van Horne J., " Capital Budgeting Decisions Involving Combinations of Risky Investments", *Management Science* 13, 1986, pp 84-92.

Van Horne J., " The Analysis of Uncertainty Resolution in Capital Budgeting for New Products", *Management Science* 15, 1969, pp. 376-86.

Whaley R.E., " On the Valuation of American Call Options on Stocks with Known Dividends", *Journal of Financial Economics*, 9, 1981, pp. 375-380.

Whaley R.E., "Valuation of American Call Options on Dividend Paying Stocks: Empirical Tests", *Journal of Financial Economics*, 10, 1982, pp. 29-58.

Whaley R.E., "Valuation of American *Futures* Options: Theory and Empirical tests", *Journal of Finance*, 41, 1986, pp. 127-150.